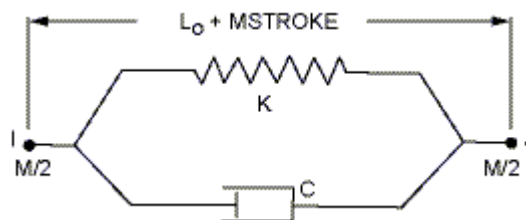


## پاسخ ارتعاش آزاد سیستم یکدرجه آزاد میرا و نامیرا

### مقدمه

ساده ترین مدل دینامیکی که می تواند مورد بررسی قرار گیرد یک سیستم یکدرجه آزاد است که از یک جرم، یک فنر و یک میراگر تشکیل شده است. به کمک چنین مدلی می توان با مفاهیم رفتار دینامیکی سازه ها آشنا گشت و یا یک ابزار تحلیلی را کنترل نمود. در این مثال پاسخ دینامیکی چنین سیستمی بررسی شده و تغییر مقادیر جرم، سختی و میرایی بر پاسخ آن مختصراً مرور می شود. برای سهولت مطالعه، پس از ساختن مدل از یک ماکرو برای تحلیل حالت های مختلف و دریافت نتایج استفاده خواهد شد.

در تصویر زیر یک سیستم یکدرجه آزاد جرم و فنر نشان داده شده است. در وهله اول مقدار سختی و جرم به نحوی تعیین شده است که پریود ارتعاش طبیعی مجموعه جرم و فنر برابر 0.04 ثانیه باشد.



برای اندازه گیری میرایی لازم است تحریکی به جرم در امتداد فنر وارد شده و پاسخ ارتعاش آزاد آن بدست آید. تحریک انتخاب شده در این مثال یک جابجایی مثلثی فزاینده در پایه است که بطور ناگهانی صفر می شود. برای بدست آوردن تاریخچه زمانی پاسخ ارتعاش آزاد مدل، رشته ای از مقادیر صفر پس از اعمال جابجایی اضافه شده است. گام های زمانی تحلیل 0.002 ثانیه فرض شده است. برای شبیه سازی کل مدل از المان Link 11 استفاده می شود.

در انجام هر نوع تحلیل دینامیکی بویژه مودال یا طیفی لازم است که از واحدهای سازگار دینامیکی استفاده شود. در غیر این صورت پریودهای سازه به اشتباه محاسبه می شوند. جدول زیر یکی از گروه واحدهای سازگار دینامیکی است که در این مثال استفاده می شود:

واحد	آیتم
نیوتن	نیرو
متر	ابعاد هندسی
نیوتن بر متر مربع	مدول الاستیسیته
نیوتن بر متر مربع	فشار
ثانیه	زمان
کیلوگرم	جرم متمرکز
کیلوگرم بر متر مکعب	جرم حجمی
متر بر ثانیه به توان ۲	شتاب
متر	جابجایی
نیوتن بر متر	سختی فنر
نیوتن. ثانیه بر متر	میرایی میراگر
رادیان بر ثانیه	فرکانس

## مشخصات مدل

نوع مدل: دو بعدی

نوع المان: Link 11

نوع مصالح: الاستیک

مدول الاستیسیته: -

ضریب پواسون: -

## آغاز برنامه

یک فولدر جدید ساخته و پس از روشن کردن برنامه از آدرس زیر نام آنرا در Working Directory وارد کنید. سپس نام Jobname را file گذاشته و برنامه را اجرا کنید:

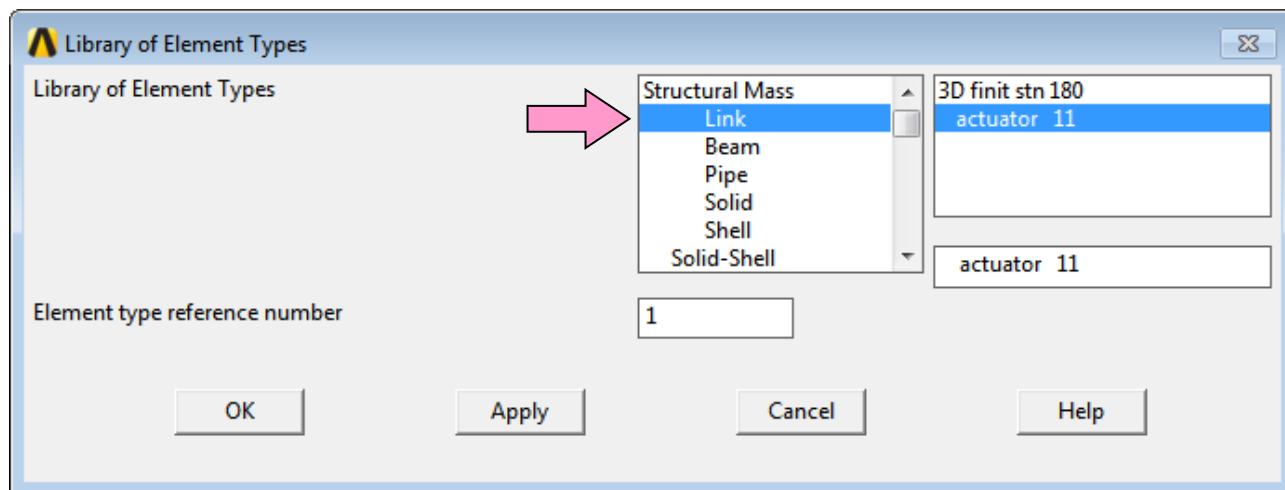
Start → All Programs → ANSYS 17 → ANSYS Product Launcher

## انتخاب نوع المان

نوع المان با هندسه خطی و از دسته Link با شماره ۱۱ است. این المان در برگیرنده یک فنر و دو جرم متمرکز در دو گره خود است که هر یک نصف مقدار تعریف شده در Real Constant را دارا هستند. این المان دارای دو گره است که هر یک ۳ درجه آزادی جابجایی در امتداد سه محور اصلی دارند. رفتار المان الاستیک خطی است.

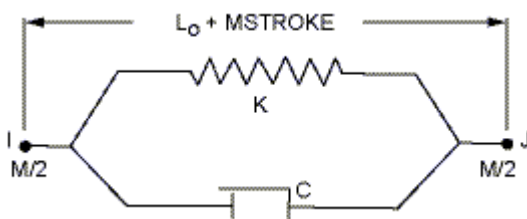
برای انتخاب المان همانند مثالهای قبلی عمل می‌شود که بطور خلاصه در آدرس زیر صورت می‌گیرد:

Main Menu → Preprocessor → Element Type → Add/Edit/Delete →



## تعریف مشخصات فنر و جرم

مشخصات لازم برای تعریف شامل سختی فنر، میرایی و جرم متمرکز در دو انتهای آن است. مطابق با تعریف برنامه (تصویر زیر) چون جرم متمرکز تعریف شده به دو تقسیم شده و هر نصف آن در یک گره قرار داده می‌شود، مقدار آن دو برابر آنچه مفروض است وارد می‌شود.



مقدار سختی و جرم به نحوی انتخاب می‌شود که پریود طبیعی نوسان مدل برابر 0.04 s باشد. مقدار سختی در این حالت برابر  $1e7$  N و مقدار جرم برابر 800 kg انتخاب می‌شود. برای تعریف مشخصات فنر وارد آدرس زیر شوید:

Main Menu → Preprocessor → Real Constant → Add/Edit/Delete →

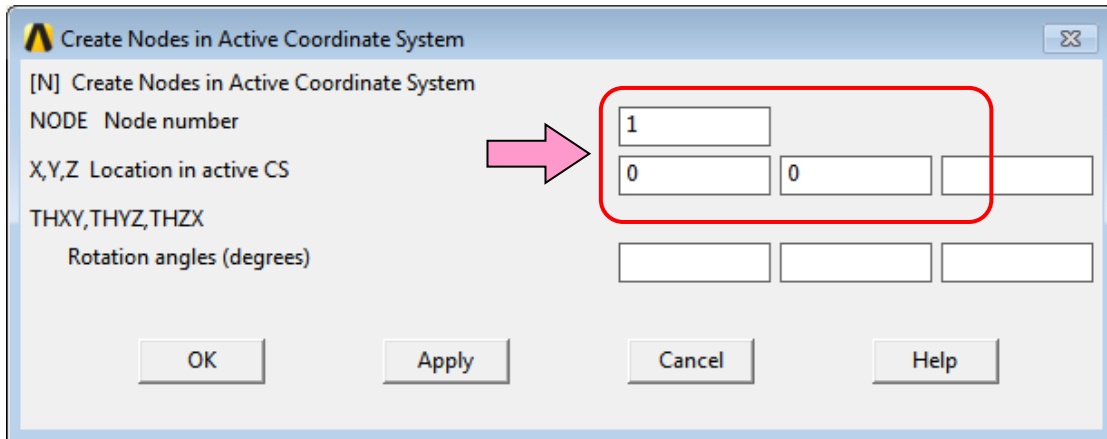
با زدن دکمه ADD نوع المان مورد نظر که بطور پیش فرض LINK 11 است را انتخاب و در پنجره باز شده مشخصات آن را وارد نمائید. در این مرحله مقدار میرایی صفر فرض می‌شود به همین دلیل مقدار C برابر صفر قرار داده شده است.

در این مثال نیازی به تعریف مشخصات مصالح نمی‌باشد زیرا مشخصات المان بطور مستقیم تعریف می‌شوند.

## ساخت مدل

برای ساخت هندسه مدل گره‌های ابتدا و انتهای المان تعریف شده و سپس المان فنر بین آنها ایجاد می‌شود. فاصله بین گره‌ها تأثیری بر جواب نخواهد داشت اما برای حفظ تناسب مقدار آن ۱ متر فرض می‌شود. گره اول با مختصات (0,0) و گره دوم در فاصله ۱ متری گره اول و با مختصات (1,0) در جهت x تعریف می‌شود. برای ساخت گره وارد آدرس زیر شوید و مختصات هر گره را به ترتیب وارد کرده و دگمه Apply را بفشارید:

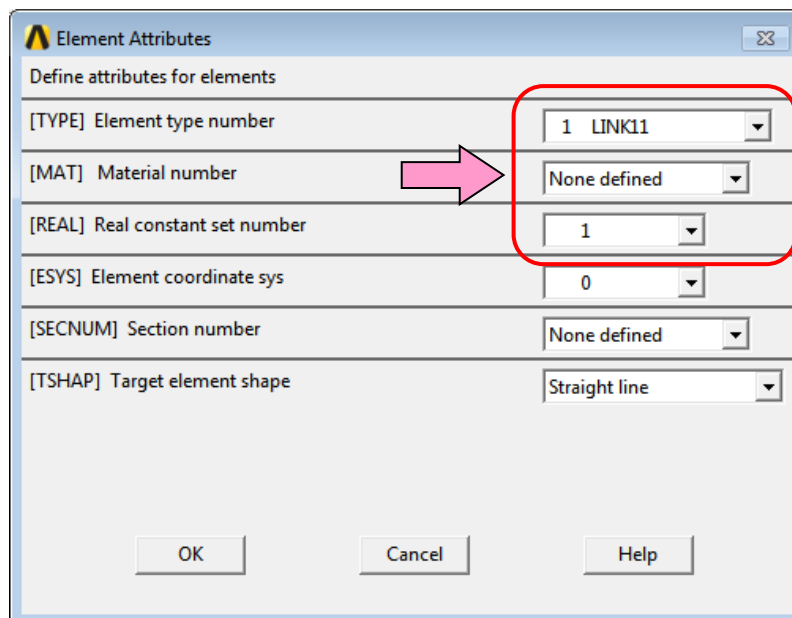
Utility Menu → Preprocessor → Modeling → Create → Nodes → In Active CS



همین کار را برای تعریف گره دوم بکار ببرید.

برای ساخت المان ابتدا مشخصات آنرا در آدرس زیر انتخاب نمایید:

Utility Menu → Preprocessor → Modeling → Create → Elements → Element Attributes

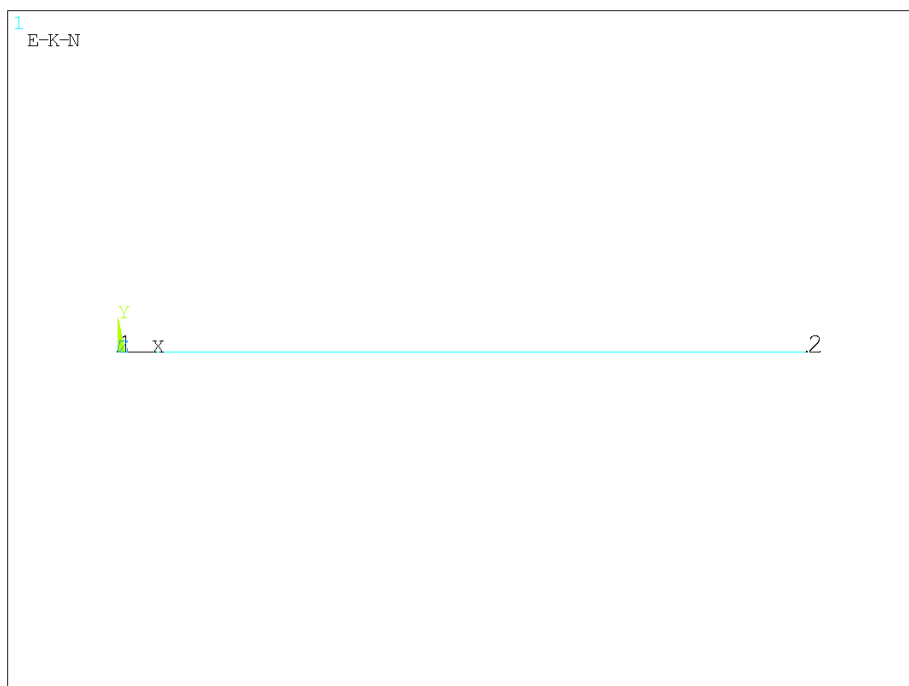


چون در این مدل تنها یک نوع المان و یک نوع Real Constant تعریف شده است برنامه بطور خودکار مشخصات آنها را نشان می‌دهد. اگر چند نوع المان یا چند نوع Real Constant تعریف شده بود، باید در فهرست مربوطه نوع آنها انتخاب می‌گردید.

حال وارد آدرس زیر شده و با فعال شدن موس ابتدا روی گره ۱ و سپس روی گره ۲ کلیک نمائید.

Utility Menu → Preprocessor → Modeling → Create → Elements → Auto Numbered → Thru Nodes

به این ترتیب مدل فنی مطابق تصویر زیر ایجاد خواهد شد.

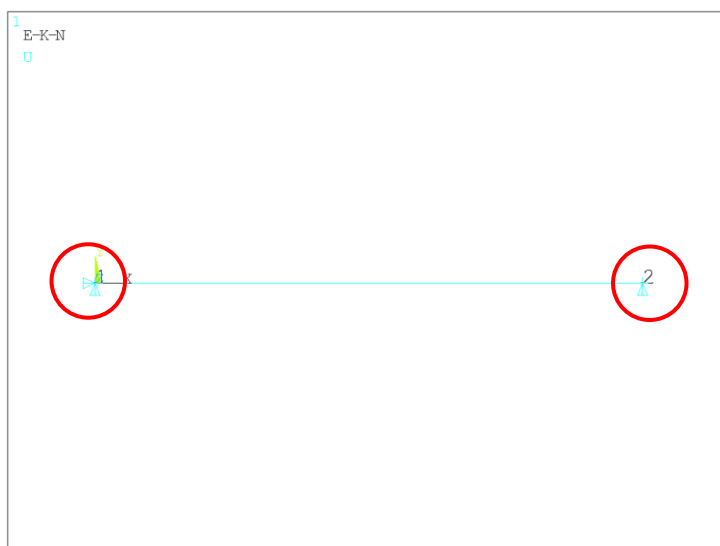


### تعریف شرایط تکیه گاهی

شرایط تکیه گاهی در ابتدای فنر (گره ۱) شامل مقید کردن آن در سه جهت است. اما در انتهای آن (گره ۲) که محل نوسان جرم متمرکز است تنها درجات آزادی جانبی شامل  $u_y$  و  $u_z$  باید مقید شوند. برای تعریف تکیه گاهها از آدرس زیر استفاده نمائید:

Utility Menu → Solution → Define Loads → Apply → Structural → Displacement → on Nodes

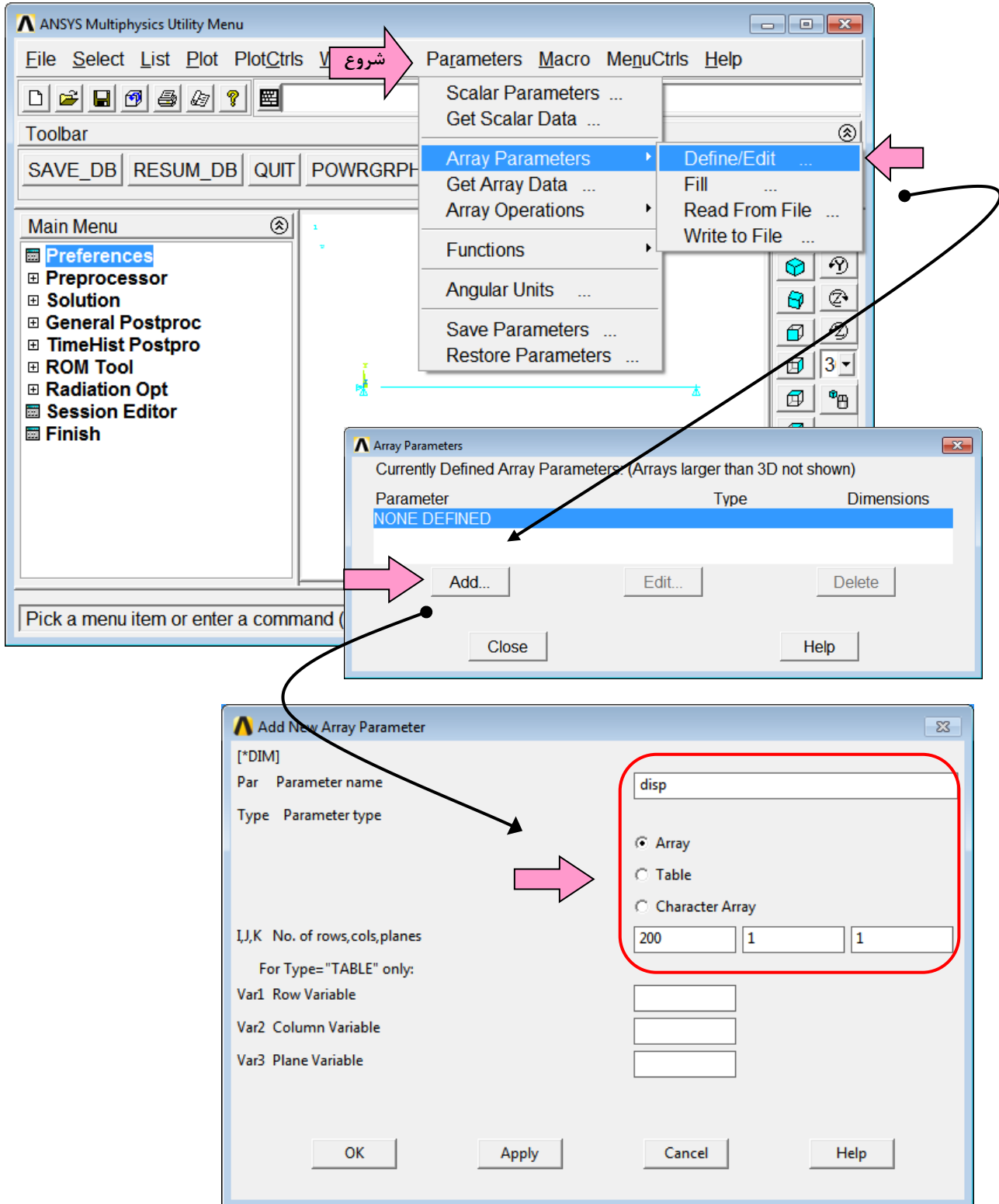
مدل نهایی در تصویر زیر نشان داده شده است.



## معرفی جابجایی و زمان

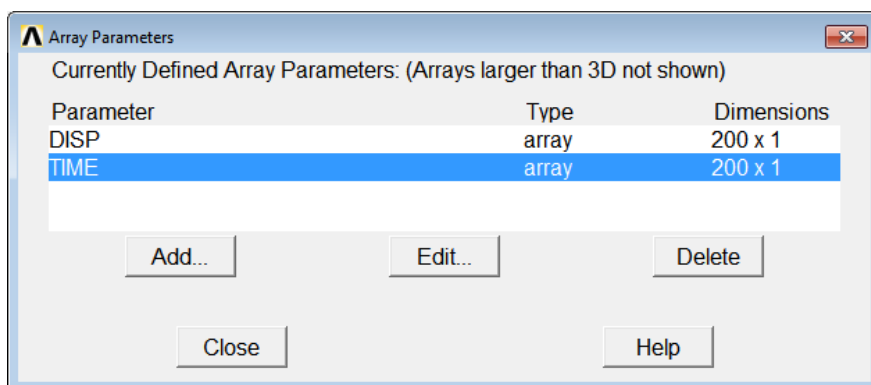
برای تعریف جابجایی تکیه‌گاهی و زمان به ترتیب از دو پارامتر Dis و Time استفاده می‌شود. ابتدا این پارامترها در آدرس زیر تعریف شده و سپس محتوای آنها مشخص می‌شود:

Utility Menu → Parameters → Define/Edit ...



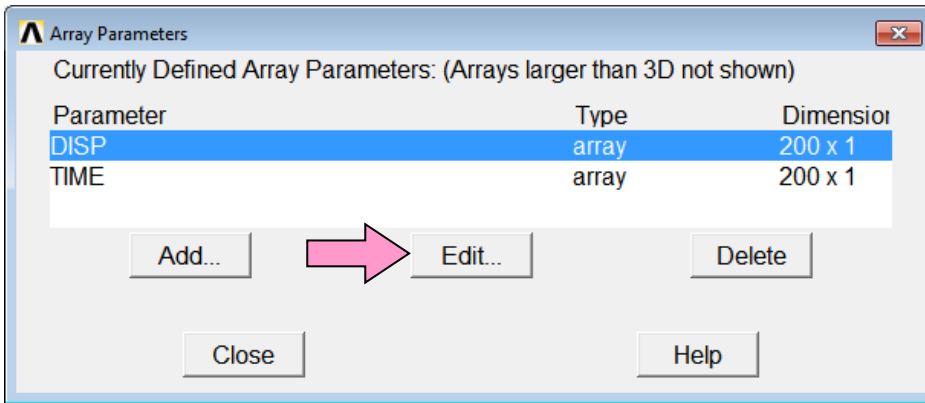
همین مراحل برای تعریف پارامتر time نیز که نماینده متغیر زمان است صورت می‌گیرد. نهایتاً دو پارامتر در پنجره

Array Parameters دیده خواهد شد:

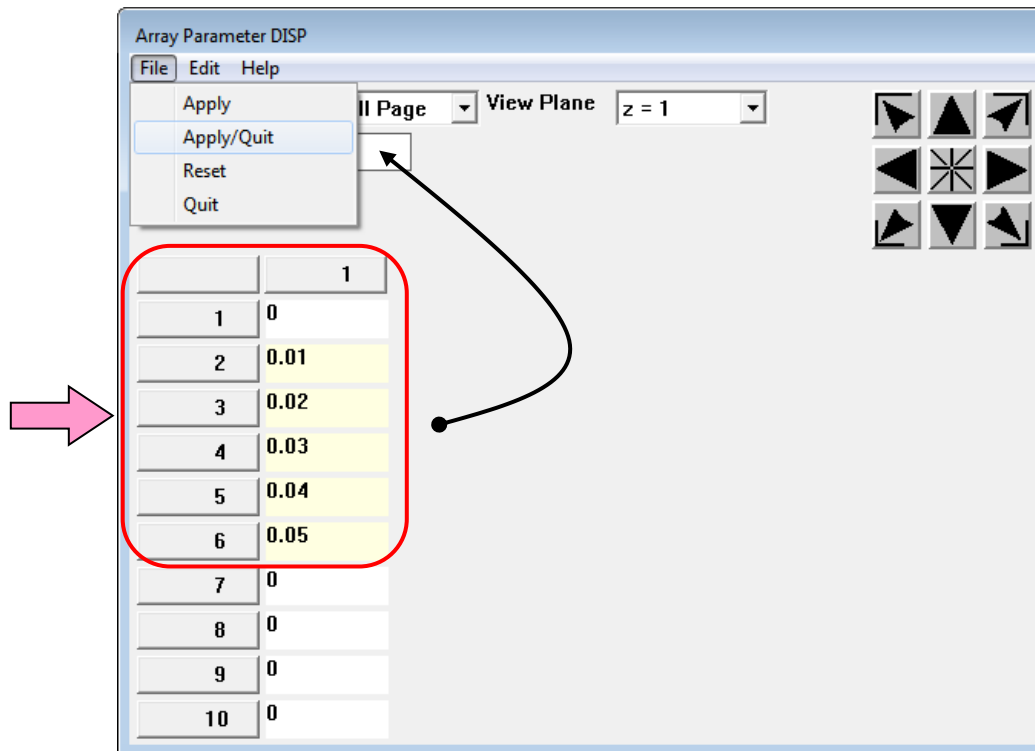




برای نسبت دادن مقادیر جابجایی مجدداً وارد آدرس زیر شده و با انتخاب Disp دگمه Edit را بفشارید:  
Utility Menu → Parameters → Define/Edit ...

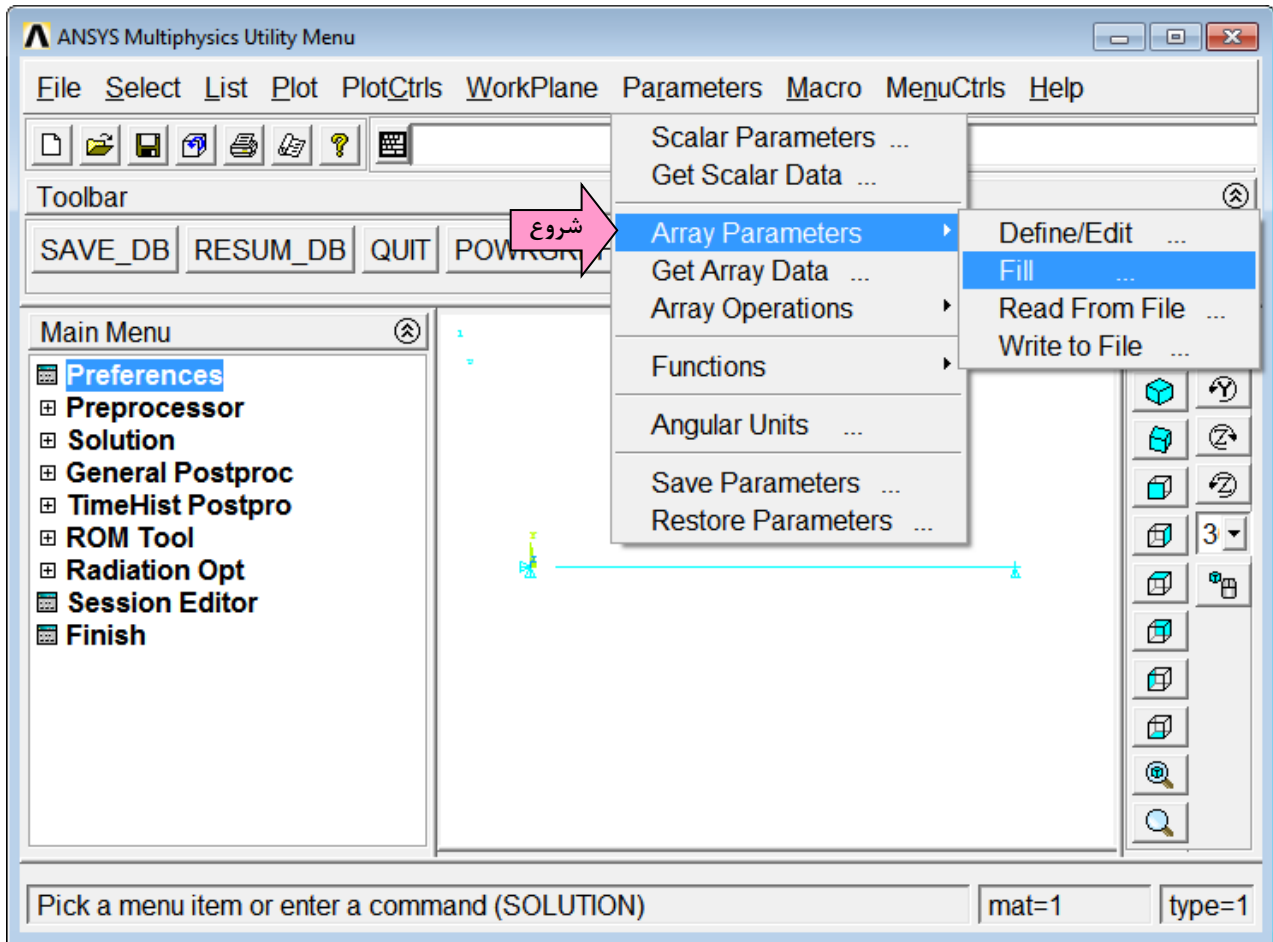


حال مطابق تصویر زیر مقادیر جابجایی را وارد نمائید، سپس وارد File شده Apply/Quit را بفشارید تا تغییرات اعمال شده ذخیره شوند.

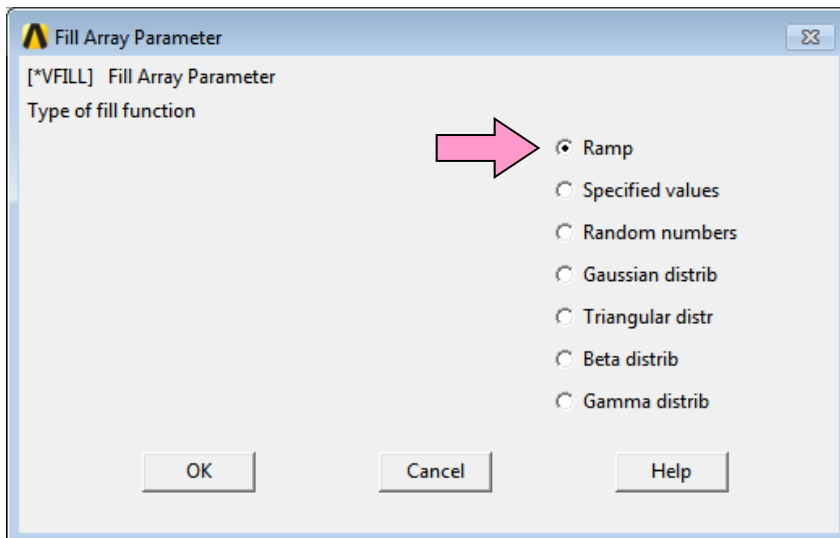


برای تعریف محتوای پارامتر زمان از روش دیگری استفاده می‌شود. ابتدا وارد آدرس زیر شوید:

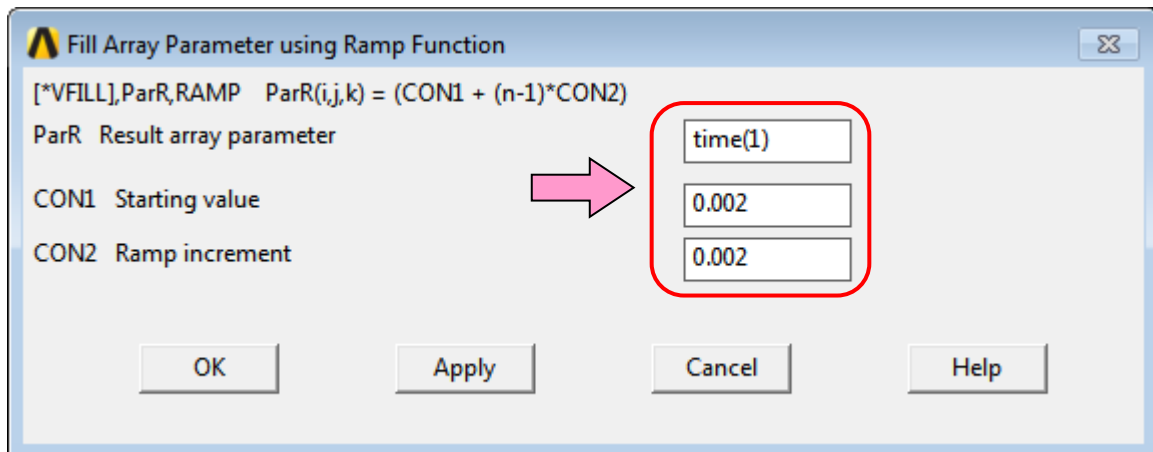
Utility Menu → Parameters → Fill



در پنجره باز شده گزینه Ramp را انتخاب نمایید.

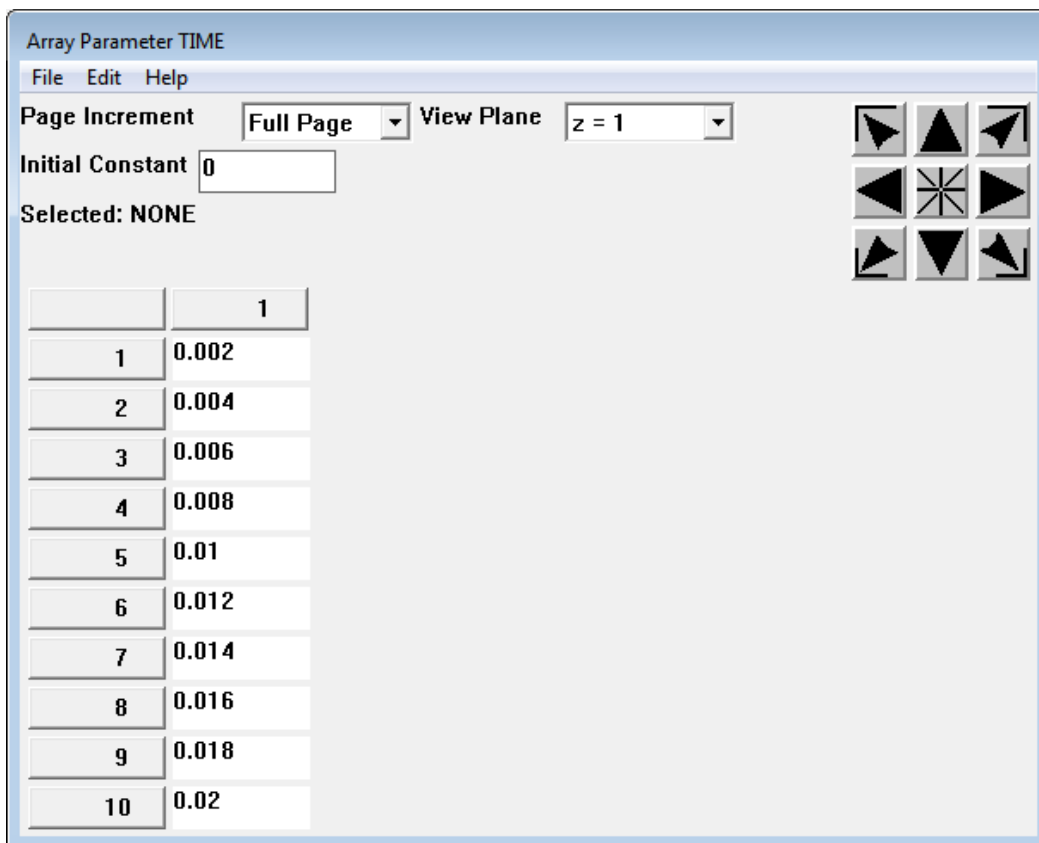


در پنجره بعدی نام متغیر بصورت time(1) و مقدار ابتدایی و گامهای زمانی به ترتیب نشان داده شده در تصویر زیر وارد می‌شوند:



برای کنترل مقادیر time می‌توانید وارد آدرس زیر شوید:

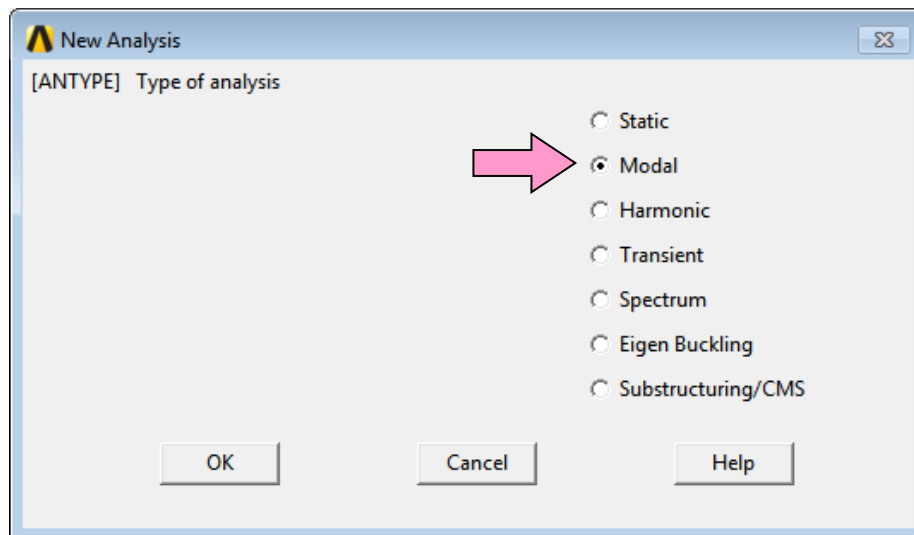
Utility Menu → Parameters → Define/Edit ... → Edit دگمه



## تحلیل مودال

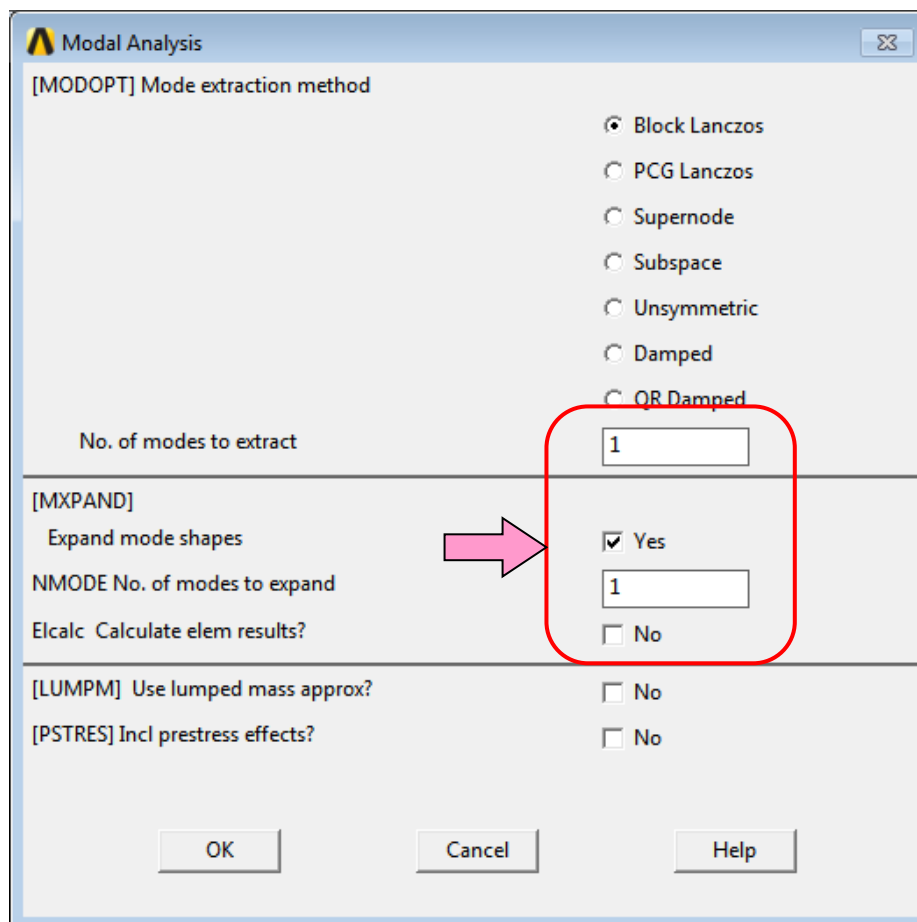
برای کنترل صحت مدل ابتدا یک تحلیل مودال برای تعیین پاسخ دینامیکی آن صورت می‌گیرد. در آدرس زیر گزینه Modal را انتخاب کنید:

Main Menu → Solution → Analysis Type → New Analysis



حال وارد آدرس زیر شده و تعداد مودهای مورد نیاز را در بخش نشان داده شده برابر ۱ قرار دهید:

Main Menu → Solution → Analysis Type → Analysis Options



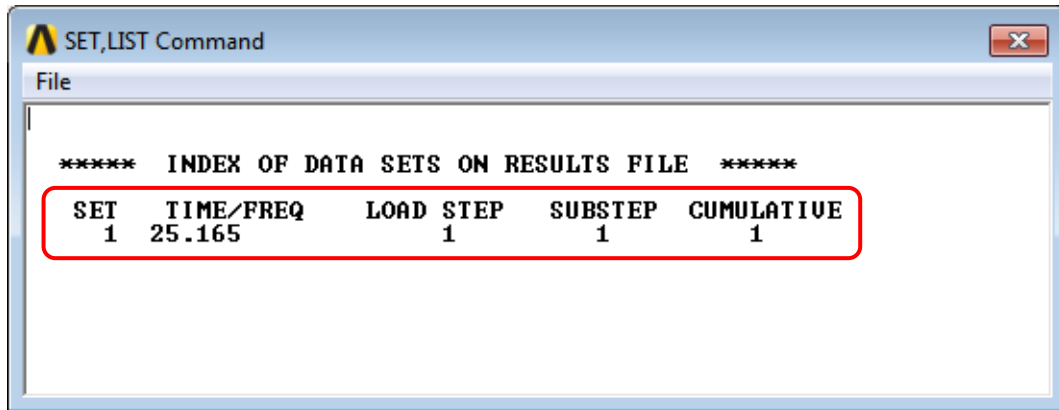
سپس در آدرس زیر تحلیل را آغاز کنید:

Main Menu → Solution → Solve → Current LS

پس از پایان تحلیل پنجره Solution Done! مشاهده خواهید کرد. برای مشاهده نتیجه تحلیل وارد آدرس زیر شوید:

Main Menu → General Post Proc → Results Summary

در فایل باز شده مقدار فرکانس طبیعی سازه بر حسب هرتز نشان داده می‌شود. پریود سازه معکوس این عدد و برابر 0.04 ثانیه است.

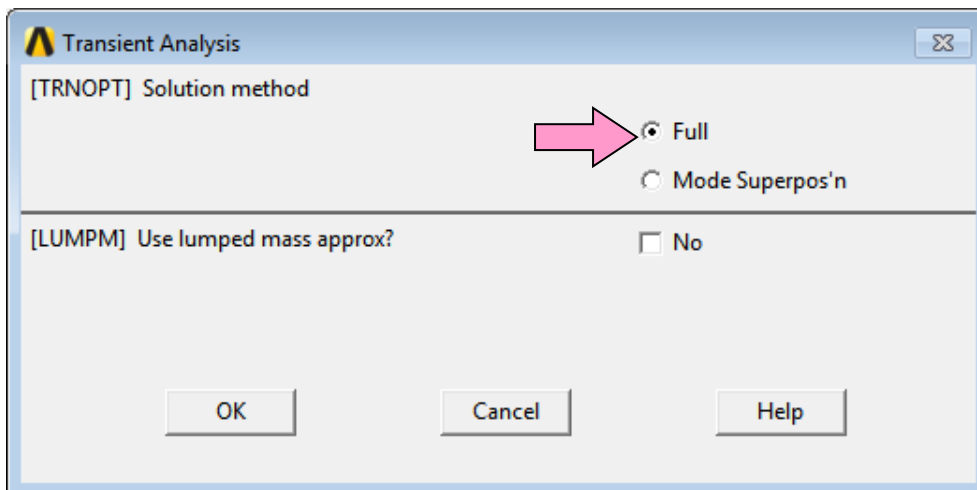
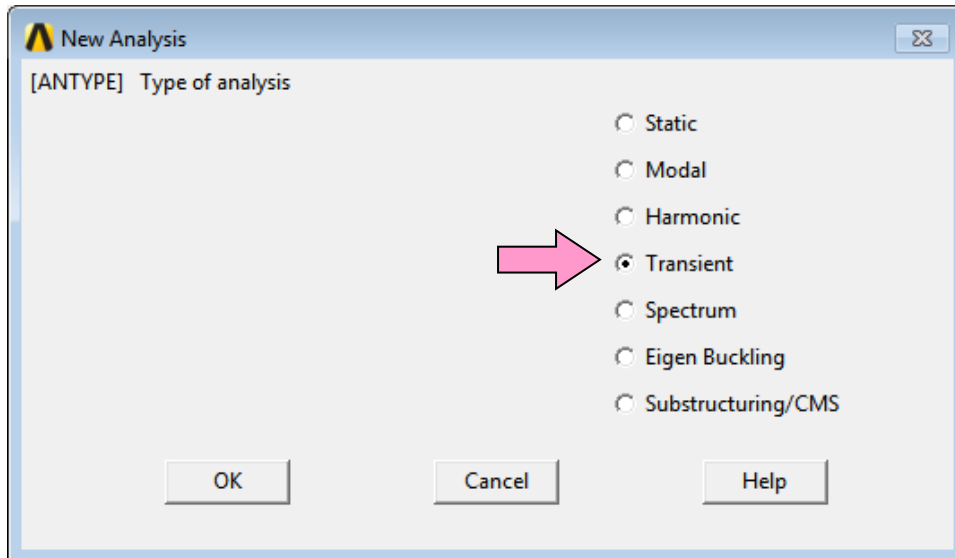


## تحلیل تاریخچه زمانی

برای تحلیل تاریخچه زمانی باید نوع تحلیل در آدرس زیر transient تعریف شود:

Main Menu → Solution → Analysis Type → New Analysis

در پنجره بعد روش آنالیز Full انتخاب می‌شود.



در غیر این صورت اثرات دینامیکی پاسخ تاریخچه زمانی مشاهده نخواهد شد.  
در این مرحله مدل را ذخیره نمائید.

برای انجام تحلیلها و همچنین تغییراتی که در هر تحلیل مد نظر است، از یک ماکرو استفاده می‌شود. ماکرو برنامه‌ای است که بصورت متنی نوشته شده و از دستورات معتبر نرم افزار برای انجام عملیات استفاده می‌کند. این ماکرو باید در Working Directory ذخیره شود تا قابل اجرا باشد. برای این منظور یک فایل با فرمت txt در فولدر مربوطه ایجاد کرده و نام آنرا Displacement.txt بگذارید. فهرست دستورات لازم در این ماکرو در تصویر زیر آورده شده است.

The screenshot shows a Notepad window with the following text:

```

M=800
K=1e7
C=0

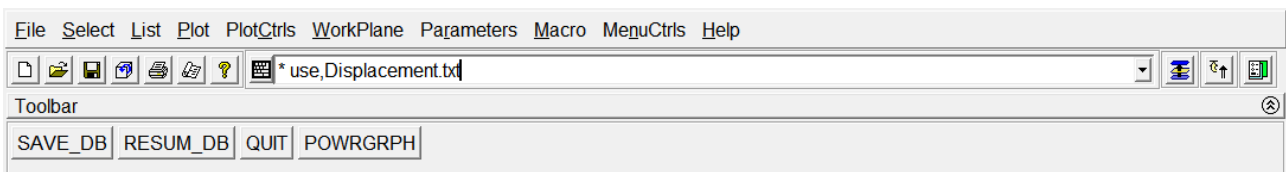
! -----
/PREP7
R,1,K,C,M
! -----
/SOLU
ANTYPE,4
n=150
*DO,i,1,n,1
D,1,,disp(i),,,UX
time,time(i)
SOLVE
*ENDDO
! -----
/POST26
NSOL,2,2,U,X
PLVAR,2
    
```

Callouts explain the code:

- M=800, K=1e7, C=0:** مقادیر جرم، سختی و میرایی. دقت کنید مقدار جرم دو برابر وارد شود
- /PREP7, R,1,K,C,M:** نوع تحلیل را مشخص می‌کند که تاریخچه زمانی است
- /SOLU, ANTYPE,4, n=150:** تعداد گامهای تحلیل را مشخص می‌کند
- \*DO, i,1,n,1, D,1,,disp(i),,,UX, time,time(i), SOLVE, \*ENDDO:** حلقه ای که تحلیل تاریخچه زمانی را انجام می‌دهد
- /POST26, NSOL,2,2,U,X, PLVAR,2:** ترسیم نمودار مقادیر جابجایی در پنجره گرافیکی
- تعریف یک متغیر تاریخچه زمانی برای نمایش جابجایی گره ۲:** (This callout points to the displacement variable definition in the code)

برای استفاده از این ماکرو عبارت زیر را در بخش Input Window وارد نموده و دگمه Enter را بفشارید:

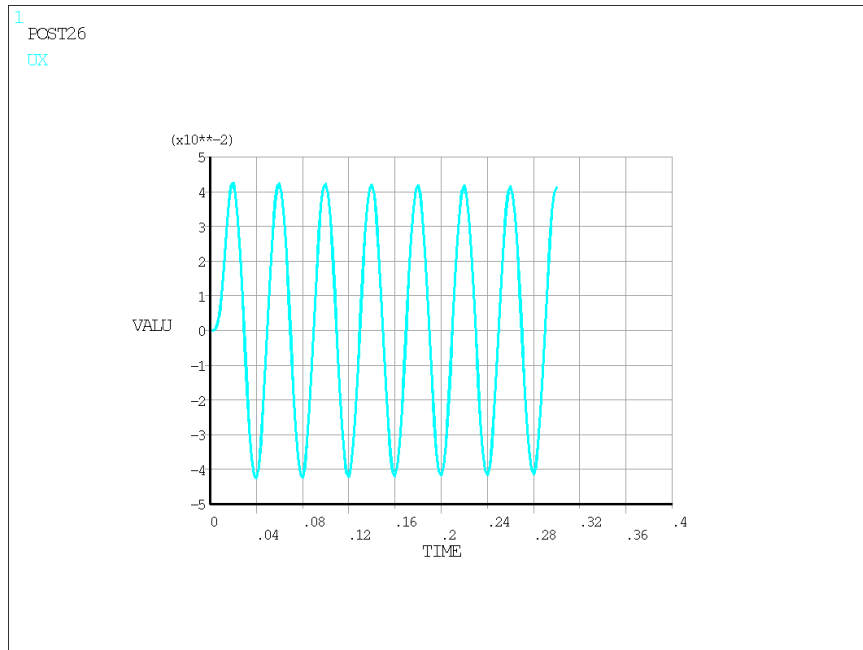
\* use,Displacement.txt



## نتایج تحلیلی

### سیستم نامیرا

نتیجه تحلیلی مدل فوق که شامل جابجایی گره دوم است در تصویر زیر نشان داده شده است. در غیاب میرایی دامنه نوسان پاسخ بدون تغییر باقی می ماند. چنانچه ملاحظه می شود دامنه نوسان پاسخ ارتعاش آزاد که بعد از پایان بارگذاری در زمان 0.03 ثانیه دیده می شود برابر 0.04 ثانیه است. این زمان از تفاضل فاصله زمانی بین دو قله بدست می آید.

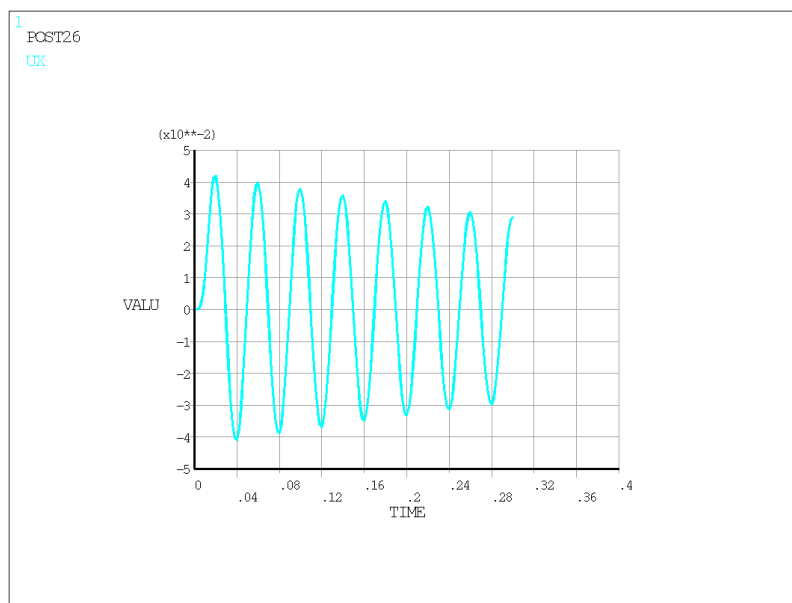




### سیستم میرا

در تحلیلهای دینامیکی همواره لازم است مقداری میرایی که ناشی از عوامل مختلف مانند اصطکاک، باز و بسته شدن ترکهای مویی، حرارت ناشی از تغییرات انرژی کرنشی و ... است برای سازه در نظر گرفته شود. میرایی باعث می شود مقداری از انرژی ورودی به سازه بطور مداوم مستهلک شود.

برای مشاهده تأثیر میرایی به تدریج مقدار آنرا افزایش می دهیم. برای این منظور در ماکروی فوق مقدار  $C=1000$  (نیوتن - ثانیه بر متر) قرار دهید. پس از ذخیره فایل مجدداً دستور `use,Displacement.txt` \* را اجرا نمایید. نتیجه بصورت تصویر زیر مشاهده خواهد شد:



کاهش ناچیزی که در دامنه جابجایی پاسخ مشاهده می کنید ناشی از تأثیر میرایی بر پاسخ سازه است. کاربر می تواند با تغییر مقادیر میرایی اثر آنرا مورد بررسی قرار دهد. فرض کنید که هدف تعیین پاسخ سازه ای با نسبت میرایی ۵٪ است. رابطه بین میرایی و درصد میرایی به شکل زیر است:

$$\zeta = \frac{C}{2M\omega_n}$$

$$\omega_n = 2\pi f$$

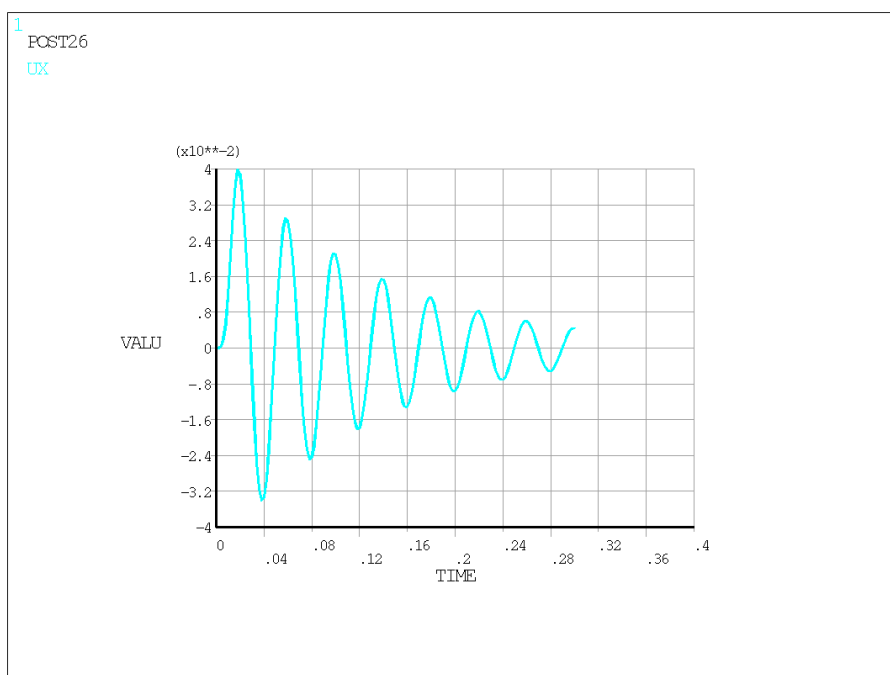
f فرکانس بر حسب هرتز و برابر ۲۵/۱۷ است. برای دستیابی به درصد میرایی ۵٪ لازم است مقدار C برابر باشد با:

$$C = 0.05 \times 2 \times M \times 25.17 \times (2 \times 3.14159)$$

$$M = 400$$

$$C = 6325$$

با قرار دادن این مقدار در ماکرو و تحلیل مجدد سیستم خواهیم داشت:



برای کنترل مقدار میرایی ایجاد شده در سیستم از رابطه کاهش لگاریتمی دامنه استفاده می‌شود:

$$\zeta = \frac{1}{2\pi j} \ln \frac{u_i}{u_{i+j}}$$

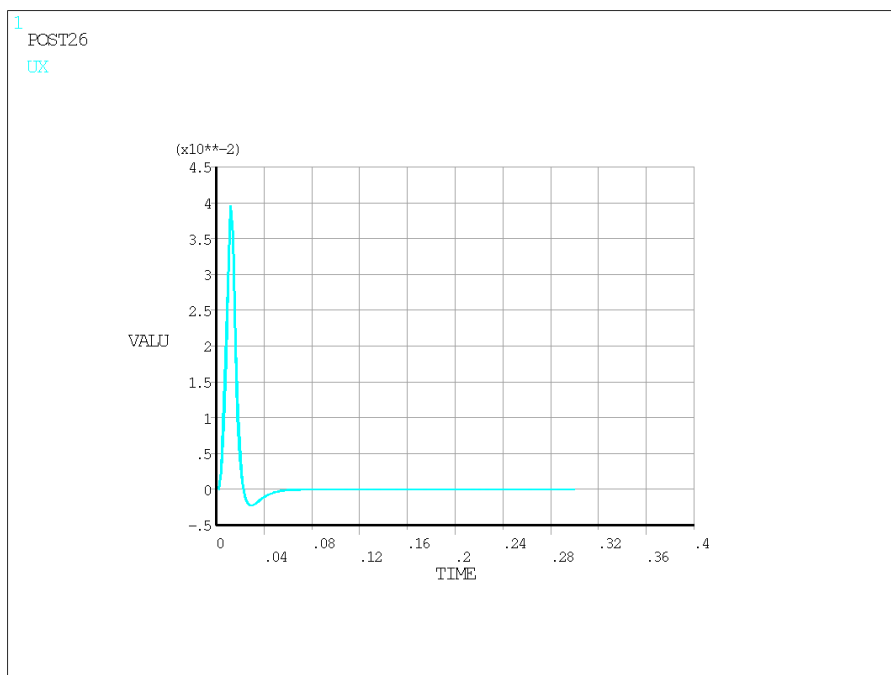
$u_i$  حداکثر جابجایی در تناوب  $i$  و  $u_{i+j}$  حداکثر جابجایی در تناوب  $i+j$  است. از تصویر فوق می‌توان بطور تقریبی جابجایی حداکثر در تناوب اول را  $4E-2$  و جابجایی حداکثر در تناوب ۴ را برابر  $1.6E-2$  بدست آورد. به این ترتیب  $z=4-1=3$  و مقدار نسبت میرایی برابر  $0.0486$  بدست می‌آید که با تقریب قابل قبول است.

### میرایی بحرانی

میرایی بحرانی حداقل مقداری از میرایی است که پس از آن هیچ گونه نوسانی در سیستم مشاهده نمی‌شود. فرض می‌کنیم میرایی سیستم برابر حالت بحرانی باشد. یعنی مقدار آن برابر  $C = 2M\omega_n$ ,  $\zeta = 1$ . به این ترتیب مقدار  $C$  خواهد شد:

$$C = 2M\omega_n = 126518$$

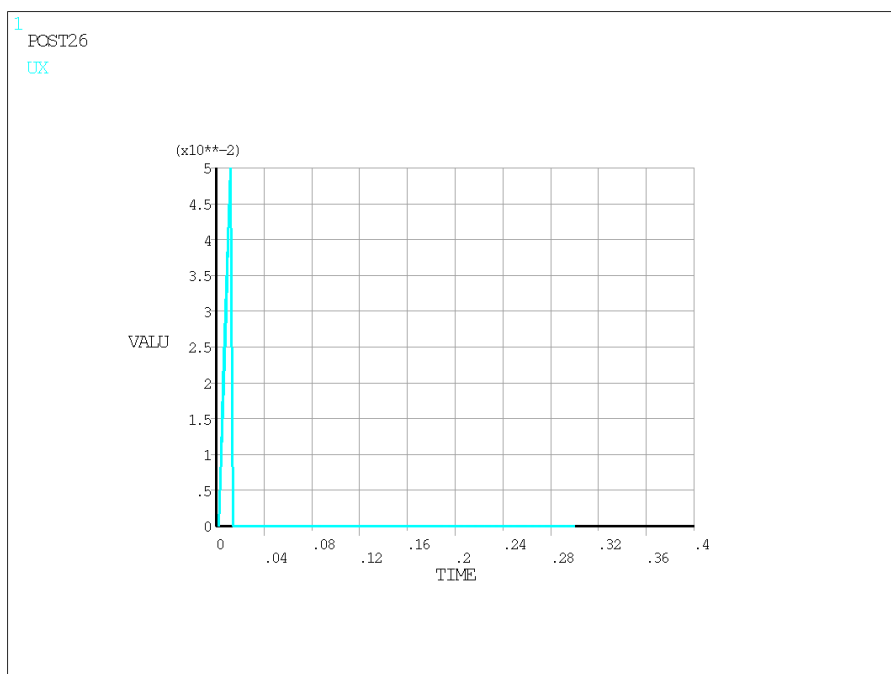
مجدداً با اصلاح میرایی و اجرای مجدد ماکروی Displacement.txt پاسخ دینامیکی سیستم برای حالت میرایی بحرانی استخراج می‌شود.



چنانچه از تصویر دیده می شود پس از اتمام بارگذاری هیچ گونه نوسانی در پاسخ سیستم مشاهده نمی شود و جابجایی آن پس از رسیدن به یک قله منفی بطور تدریجی به سمت صفر میل می کند.

### جرم صفر

شرایط تحلیلی را مورد بررسی قرار می دهیم که جرم سیستم برابر صفر باشد. صفر شدن جرم باعث می شود که رفتار سازه از حالت دینامیکی خارج شده و هیچ گونه نوسانی از خود نشان ندهد. این شرایط برای میرایی ۵٪ و با قرار دادن  $M=0$  در ماکروی Displacement.txt مورد بررسی قرار می گیرد.

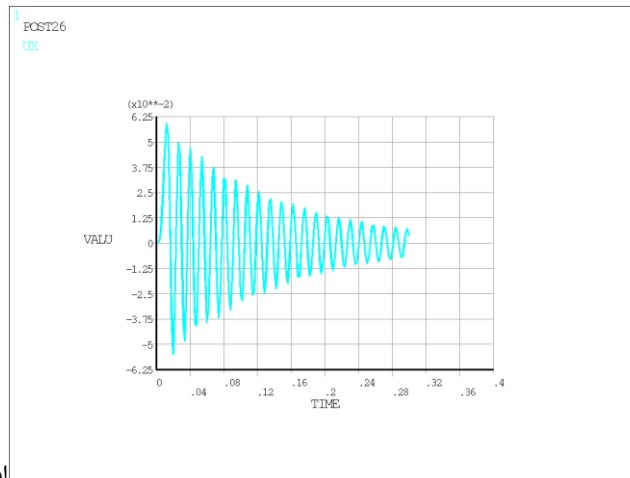


چنانچه ملاحظه می شود پاسخ فتر کاملا استاتیکی است و با حذف تحریک به سرعت به محل اولیه خود باز می گردد.

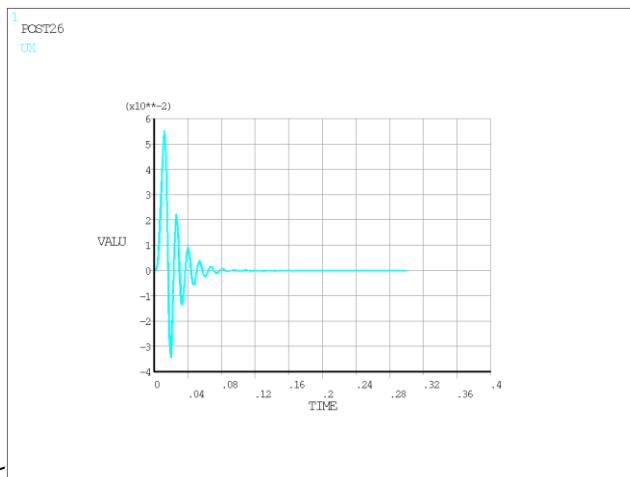
### افزایش سختی یا کاهش جرم

در صورتیکه جرم ثابت نگاه داشته شده و سختی افزایش یابد پریود نوسان طبیعی سیستم کاهش می‌یابد (فرکانس افزایش می‌یابد). همین مسئله با کاستن از جرم و ثابت نگاه داشتن سختی قابل مشاهده است. برای مطالعه اثر افزایش سختی مقدار K در عدد ۱۰ ضرب می‌شود. نتیجه در تصویر زیر دیده می‌شود. پریود نوسان مدل به 0.013 ثانیه کاهش یافته است. در تصویر دوم همین پاسخ هنگامی که جرم 0.1 شده، ترسیم شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود فاصله زمانی دو قله موج یکسان است زیرا پریود سازه از رابطه  $T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{M}{K}}$  محاسبه می‌شود. بنابراین چه سختی ۱۰ برابر شود و یا جرم 0.1 شود، مقدار پریود و پاسخ دینامیکی سیستم یکسان خواهد بود.

اما تفاوت پاسخ دو مدل در مقدار میرایی آنهاست. با کاهش جرم نسبت میرایی افزایش می‌یابد به همین دلیل در مدل دوم دامنه جابجایی با سرعت بیشتری به صفر متمایل شده است.



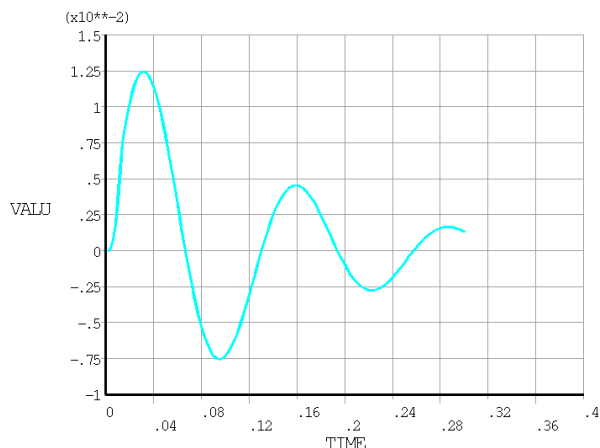
افزایش سختی - جرم ثابت



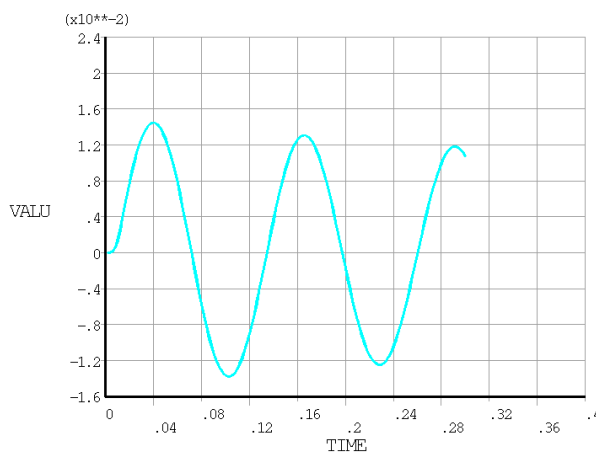
کاهش جرم - سختی ثابت

### کاهش سختی یا افزایش جرم

مشابه حالت قبل اما اینبار تأثیر کاهش سختی و ثابت نگاه داشتن جرم و یا افزایش جرم و ثابت نگاه داشتن سختی بر پیروی اصلی و پاسخ مدل بررسی می‌شود. مقایسه پاسخ این دو مدل با استفاده از ماکرو قبلی در تصاویر زیر صورت گرفته است. ابتدا سختی 0.1 شده و سپس جرم ۱۰ برابر شده است. پیروی مدل در هر دو حالت ثابت و تقریباً برابر 0.13 ثانیه است اما میرایی در مدلی که جرم آن افزایش یافته کاهش یافته است. این مسئله با مقایسه پاسخ دو مدل مشهود است.



کاهش سختی - جرم ثابت



افزایش جرم - سختی ثابت